

**Nr umowy:** UMO-2020/39/O/ST2/01563

**Tytuł:** Uogólnione równanie Cattaneo jako narzędzie do opisu anomalnej dyfuzji ze skończoną prędkością propagacji.

### **Cel projektu**

Rozwiązanie standardowego równania dyfuzji otrzymane dla zlokalizowanego warunku początkowego jest dane funkcją Gaussa różną od zera na wszystkich  $x \in \mathbb{R}$ . Tę samą cechę mają rozwiązania równań dyfuzji anomalnej modelujące procesy dyfuzji uwzględniające wpływ pamięci na ewolucję czasową układu. Obserwacyjnie jest wszakże oczywiste, że dyfundujące cząstki są zawsze znajdowane na skończonym obszarze, czyli  $x \in \Delta(x, t)$ . Jest to spełnione przez rozwiązanie równania falowego, bądź równania Cattaneo. Równanie Cattaneo jest formalnie identyczne ze znanym z elektromagnetyki równaniem telegrafistów ale jego rozwiązania muszą dopuszczać interpretację gęstości rozkładów prawdopodobieństwa czyli być nieujemne i normowalne na  $\mathbb{R}$ . Różni je to w zasadniczy sposób od równania telegrafistów którego rozwiązaniem jest także fala płaska mająca część ujemną. Przejście do dyfuzji anomalnej realizujemy poprzez wprowadzenie pamięci rozmywając obecne w równaniu pochodne czasowe - otrzymane w ten sposób równanie nazywamy uogólnionym równaniem Cattaneo.

Zasadniczym pytaniem które pojawia się przy poszukiwaniu jego rozwiązań jest czy wprowadzone czynniki pamięci modyfikują niezerowy obszar rozwiązania oraz czy wpływają na nie ujemność rozwiązań. Pytanie dotyczy procesów zachodzących 1-, 2-, oraz 3-ch wymiarach przestrzennych, przy czym dla 1 wymiaru odpowiedź na nie jest praktycznie znana. Do rozwiązania problem w 2- i 3 wymiarach i najbardziej obiecującą metodą prowadząca do tego celu jest zastosowanie formalizmu tzw. *persistent time random walk* uogólniającego standardowe błędzenie przypadkowe. Znalezienie, w oparciu o tę metodę, rozkładu prawdopodobieństwa dla czasu oczekiwania umożliwi wykazanie dodatniości rozwiązań poprzez zapisanie ich w postaci odpowiednich rozkładów całkowych.